### Задание №9-06 Динамика. Движение по окружности

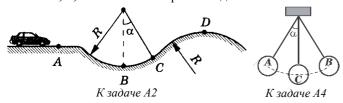
### Задачи простые

A1\*. Сформулируйте требования к выбору направления координатных осей в случае описания вращения тела в а) горизонтальной и б) вертикальной плоскостях.

 $A2^{\circ *}$ . Автомобиль массой m=1000 кг движется со скоростью V=60 км/ч по дороге, профиль которой показан на рисунке. Определить силу давления P автомобиля на дорогу в точках A, B, C, D, если R=200 м,  $\alpha=30^{\circ}$ . Какой должна быть скорость автомобиля  $V_{\theta}$ , чтобы он не оказывал давления на дорогу в точке D?

АЗ\*. Летчик массой  $m = 70 \ \kappa z$  описывает на самолете "мертвую петлю" радиусом  $R = 100 \ m$ . Скорость самолета  $V = 180 \ \kappa m/ч$ . С какой силой прижимается летчик к сиденью в верхней и нижней точках петли?

 $A4^{\circ *}$ . Тело, подвешенное на нити, совершает колебания в вертикальной плоскости. Указать направления ускорения тела в точках A, B, C. Точки A и B крайние в движении.



### Задачи средние

Б1. При каком соотношении масс два тела, связанные идеальной нитью, могут вращаться с одинаковой угловой скоростью на гладкой горизонтальной поверхности, если ось вращения делит нить в отношении 1:5?

Б2. Подвешенный на идеальной нити длиной  $\boldsymbol{l}$  шарик равномерно вращается в горизонтальной плоскости. Угол между нитью и вертикалью  $\boldsymbol{\alpha}$ . Найдите время полного оборота шарика.

 $63^*$ . Подвешенный на идеальной нити длиной  $l=30\ cm$  шарик вращается в горизонтальной плоскости с периодом обращения  $T=1\ c$ . Угол между нитью и вертикалью  $\alpha=30^\circ$ . По этим данным вычислите ускорение свободного падения.

Б4. Тело массой m подвешивают на идеальной пружине жесткостью k и первоначальной длиной  $l_0$ . Затем тело раскручивают с угловой скоростью  $\omega$  в горизонтальной плоскости. Определите возникающее при этом удлинение пружины M

 $\overline{\text{B5}^{\circ}}$ \*. Круглая платформа вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ . На платформе находится шарик массой m, прикрепленный к оси платформы идеальной нитью длиной l. Угол наклона нити к платформе равен  $\omega$ . Найдите силу натяжения нити T и силу давления P шарика на платформу. Трение отсутствует.

Б6. На горизонтально вращающемся столике укреплён вертикальный стержень, к вершине которого привязана нить. К концу нити прикреплён шарик массой m. С какой угловой скоростью вращается столик, если нить составляет с вертикалью угол  $\alpha$ ? Длина нити I, расстояние от стержня до оси вращения столика R.

Б7\*. С какой наибольшей скоростью может двигаться автомобиль на повороте радиусом R = 10 м, чтобы не возникло проскальзывание? Коэффициент трения колес автомобиля о землю  $\mu = 0.8$ .

Б8. Шарик массой  $\dot{m}$ , подвешенный на нити длиной l, отклонили на некоторый угол и отпустили. Определить силу натяжения нити в момент прохождения шариком положения равновесия, если его скорость в этой точке V.

## °- задачи с рисунком, \*- задачи для решения дома

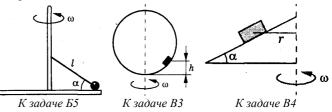
69\*. Груз на длинной нити может совершать колебания в вертикальной плоскости, отклоняясь на угол а от вертикали (математический маятник). Этот же груз может вращаться по окружности, описывая конус (конический маятник). В каком случае натяжение нити, отклоненной на угол  $\alpha$  от вертикали, будет больше?

#### Задачи сложные

В1. Тело массой m находится на горизонтальном диске на расстоянии R от его оси. Диск начинает раскручиваться с малым ускорением  $\beta$ . Постройте график зависимости составляющей силы трения в радиальном направлении, действующей на тело, от угловой скорости вращения диска. В какой момент времени тело начнёт соскальзывать, если коэффициент трения равен  $\mu$ ?

В2. На диске, который может вращаться вокруг вертикальной оси, лежит шайба массой  $m = 100 \, z$ . Шайба соединена идеальной пружиной с осью диска. Если частота вращения диска меньше  $n_I = 2 \, c^{-I}$ , то пружина находится в недеформированном состоянии. Если же число оборотов  $n_2 = 5 \, c^{-I}$ , то пружина удлиняется вдвое. Определите жесткость пружины.

 $B3^{\circ *}$ . Полая сфера радиусом  $\emph{\textbf{R}}$  вращается вокруг вертикального диаметра с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Вместе со сферой на ее внутренней поверхности движется небольшая шайба, находящаяся на высоте  $\emph{\textbf{h}}$ . Определите минимальное значение коэффициента трения  $\mu$ , при котором это возможно.



 $B4^{\circ *}$ . На наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  лежит тело. Плоскость равномерно вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ . Расстояние от тела до оси вращения равно r. Найти наименьший коэффициент трения, при котором тело покоится на вращающейся наклонной плоскости.

В5. Двигающийся с постоянной скоростью автомобиль должен избежать столкновения со стеной перпендикулярной его движению. Что выгоднее - тормозить или поворачивать?

В6. Велосипедист движется по горизонтальному закруглению, отклонившись от вертикали на угол  $\alpha = 23^{\circ}$ . Оцените возможные значения для коэффициента трения колес о поверхность дороги.

В7\*. Определить, с какой максимальной скоростью может двигаться велосипедист по наклонному треку, если коэффициент трения между шинами и треком  $\mu=0.2$ . Угол наклона трека  $\alpha=45^{\circ}$ , радиус закругления R=30 м.

В8. Поезд движется по закруглению радиусом  $800 \, \text{м}$  со скоростью  $72 \, \kappa \text{м/4}$ . Определить, на сколько внешний рельс должен быть выше внутреннего, чтобы на колёсах не возникало бокового усилия. Расстояние между рельсами  $1.5 \, \text{м}$ . В9. Определить скорость, с которой должен двигаться мотоциклист по вертикальной цилиндрической стенке, имеющей диаметр  $D = 20 \, \text{м}$ , чтобы не соскользнуть вниз. Коэффициент трения  $\mu = 0.8$ .

В10\*. На гладком столе лежит кольцо массой m и радиусом R. Кольцо сделано из проволоки, выдерживающей максимальное натяжение  $T_{\theta}$ . До какой угловой скорости  $\omega$  нужно раскрутить кольцо, чтобы оно разорвалось?

# Задание №9-06 Динамика. Движение по окружности

В11. На цилиндр радиуса R одето равномерно растянутое резиновое кольцо массы т. Длина кольца в нерастянутом состоянии равна  $\pi R$ , жёсткость кольца – k. Цилиндр начинают раскручивать с постоянным угловым ускорением В. Через какое время кольцо начнёт проскальзывать по цилиндру, если коэффициент трения кольца о цилиндр равен µ? Чему будет равна при этом угловая скорость кольца?

В12. Тело, подвешенное на идеальной нити (идеальном стержне) длины  $l_{\theta}$ , может вращаться в вертикальной плоскости. Какова должна быть скорость тела в верхней точке, чтобы оно смогло сделать полный оборот? Найти силу натяжения нити (стержня), нормальное, тангенциальное и полное ускорения тела в момент, когда нить составляет с вертикалью произвольный угол  $\alpha$ , а скорость тела равна V.

## Теория

- 1. Г.Я. Мякишев Механика. §§ 1.26-1.28, 4.4-4.5.
- 2. Г.С. Ландсберг Элементарный учебник физики Т.1. §§ 25-27, 115-122.
- 3. Е.И. Бутиков, А.С. Кондратьев Физика для углублённого изучения. Т.1. Механика. §§ 8, 11.

## °- задачи с рисунком, \*- задачи для решения дома

### ОТВЕТЫ

A2. 
$$P_A = mg = 10^4 \text{ H}$$
;  $P_B = m(g + V^2/R) = 1.2 \cdot 10^4 \text{ H}$ ;  $P_C = m(g\cos\alpha + V^2/R) = 1.1 \cdot 10^4 \text{ H}$ ;  $P_D = m(g - V^2/R) = 8.4 \cdot 10^3 \text{ H}$ ;  $V_0 = \sqrt{gR} = 44.8 \text{ m/c}$ .

A3. 
$$P_B = m(V^2/R - g) \approx 1050 \text{ H}, P_H = m(g + V^2/R) \approx 2450 \text{ H}.$$

E2. 
$$T = 2\pi \sqrt{l \cos \alpha / g}$$
.

$$Б3. \approx 10.26 \text{ м/c}^2.$$

$$54. \quad \Delta l = \frac{4\pi^2 l_0 n^2 m}{k - 4\pi^2 n^2 m}$$

Б5. 
$$T = m\omega^2 l$$
,  $F_{\mathcal{A}} = m(g-\omega^2 l \sin \alpha)$ .

$$66. \quad \omega = \sqrt{\frac{g \, tg \, \alpha}{R + l \sin \alpha}}.$$

$$FF$$
 For  $V = \sqrt{\mu gR} \approx 9 \, m/c$ .

Б8. 
$$T = m(g + V^2/l)$$
.

Б9.  $T_M/T_K = \cos^2\alpha$ , натяжение больше в случае конического маятника.

B1. 
$$t = \sqrt{\mu g/R\beta^2}$$
.

B2. 
$$k = 4\pi^2 m (2n_2^2 - n_1^2) \approx 82 \text{ H/m}.$$

B3. 
$$\mu = \frac{g - \omega^2(R - h)}{g + \omega^2(R + h)} \sqrt{\frac{R + h}{R - h}}$$

B4. 
$$\mu \ge \frac{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha}{g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha}$$
.

B6. 
$$\mu \ge tg\alpha \approx 0.4$$

B7. 
$$V = \sqrt{gR \frac{tg \alpha + \mu}{1 - \mu tg \alpha}} = 21 \text{ m/c}.$$

B8. 
$$h = V^2 l/gR$$

B9. 
$$V = \sqrt{\frac{Dg}{2u}} = 11 \,\text{m/c}$$

B10 
$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi T_0}{mR}}$$

B10 
$$\omega = \sqrt{\frac{Dg}{2\mu}} = 11 \, \text{m/c}.$$
B10  $\omega = \sqrt{\frac{2\pi T_0}{mR}}.$ 
B11  $t = \sqrt{\frac{2\pi^2 k}{m\beta^2 R} - \frac{1}{\beta \mu}}, \omega = \sqrt{\frac{2\pi^2 k}{mR} - \frac{\beta}{\mu}}.$ 

B12. Нить: 
$$V = \sqrt{gl_0}$$
, стержень:  $V = 0$ ;

$$a_n = V^2/l_0$$
,  $a_{\tau} = g \cdot \sin \alpha$ ,  $T = mV^2/l_0 + mg \cdot \cos \alpha$ .