Задание 9m-c МАТЕМАТИКА. Векторы. Элементы векторной алгебры.

**** - задачи для решения дома***

1*. Даны два равных вектора. Определите сумму и разность этих векторов. Нарисуйте рисунок.

2*. Даны два сонаправленных коллинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 1). Найдите сумму и разность этих векторов. Модули векторов равны: $a = 5$, $b = 4$. Нарисуйте рисунок.

3. Даны два вектора $3\vec{a}$ и $-2\vec{a}$. Найдите: 1) сумму этих векторов; 2) разность между 1-м и 2-м векторами; 3) разность между 2-м и 1-м векторами. Нарисуйте рисунок.

4. Вектор $\vec{r}$, модуль которого равен 6, направлен под углом $\alpha = 60^o$ к оси x. Определить проекции этого вектора на координатные оси x, y.

5. Даны точки $M_1(2, 10)$ и $M_2(5, 6)$. Определить модуль и координаты вектора, соединяющего точку M_1 с M_2.

6*. Сложите два вектора длины a так, чтобы модуль их суммы был равен: 1) 0; 2) $2a$; 3) a. Нарисуйте рисунок.

7*. Вектор $\vec{a}$, модуль которого равен 4, составляет угол $\alpha = 240^o$ с вектором $\vec{b}$, модуль которого равен 6. Определите: 1) модуль векторов $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$, а также угол β между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

8*. Даны три взаимно перпендикулярных вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, модули которых равны соответственно 3; 4; $\sqrt{11}$. Найти модуль вектора $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

9. Вектор $\vec{a}$, равный по модулю 3, составляет угол $\alpha = 30^o$ с прямой AB. Под каким углом β к AB надо направить вектор $\vec{b}$, равный по модулю $\sqrt{3}$, чтобы вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ был параллелен AB? Чему равен модуль вектора $\vec{c}$?

10. В координатах x, y (рис. 2) заданы два вектора. Определить модуль суммарного вектора c и угол α его наклона к оси x.

11*. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы в координатах x, y (рис. 3). Определить модули векторов $\vec{c_1} = \vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{c_2} = \vec{a} - \vec{b}$.

12. Разложить векторы на составляющие по заданным направлениям (рис. 4 а - г).

13*. У вектора $\vec{a}$ известна одна из составляющих $\vec{a_1}$ (рис. 5 а, б). Найти вторую составляющую $\vec{a_2}$.

14*. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, модули которых равны $a = 3$, $b = 4$. Известно, что угол между векторами $\alpha = 45^o$. Найдите скалярное произведение этих векторов.

15*. В координатах x, y заданы векторы $\vec{a}(1, 2)$ и $\vec{b}(3, 4)$. Найдите скалярное произведение этих векторов.

16. В координатах x, y заданы векторы $\vec{a}(3, 4)$ и $\vec{b}(2\cdot\sqrt{2}, 2\cdot\sqrt{2})$. Найдите значение угла α между ними.

17*. Угол между двумя векторами равен 60^o. Найдите координаты первого вектора, если его модуль равен 4, а координаты второго - $(3, 4)$.

18. Угол α между двумя векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 60^o. Определите: модуль вектора $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, угол β между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$, угол γ между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Модули векторов равны $a = 3$, $b = 5$.

19. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, модули которых равны $a = 2$ и $b = 1$. Угол между ними $\alpha = 60^o$. Найти модули векторов $\vec{c} = (\vec{a}\vec{b})\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{d} = 2\vec{b} - \vec{a}/2$.

20. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, модули которых равны $a = 4$, $b = 5$. Известно, что угол между векторами $\alpha = 45^o$. Найдите модуль их векторного произведения. Изобразите на рисунке получившийся вектор.

21*. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, модули которых равны $a = 2$, $b = 3$. Известно, что модуль их векторного произведения равен $3\cdot\sqrt{3}$. Найдите угол между этими векторами.

22. В координатах x, y заданы векторы $\vec{a}(0, 2)$ и $\vec{b}(3, 4)$. Найдите модуль их векторного произведения и значение угла α между ними.

23*. Модуль векторного произведения двух векторов равен 10. Угол между этими векторами равен 30^o. Найдите модуль и координаты первого вектора, если координаты второго $(3, 4)$.

24. Известно, что для смешанного произведения векторов $[\vec{a}\times\vec{b}]\vec{c} = \vec{a}[\vec{b}\times\vec{c}]$. Можно ли продолжить равенство произведением $[\vec{c}\times\vec{a}]\vec{b}$? Почему?

25. Даны три вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ модули которых равны $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$. Вектор $\vec{c}$ перпендикулярен векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Объём параллепипеда, постороенного на этих трёх векторах, равен 30. Найдите угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

26. Даны три некомпланарных вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Известно, что модуль вектора $\vec{c}$ равен 8, модуль векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 10, а объём параллепипеда, постороенного на этих трёх векторах, равен 40. Найдите угол наклона вектора $\vec{c}$ к плоскости векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

27. Докажите, что смешанное произведение трёх компланарных векторов равно нулю.

28. Даны три взаимно перпендикулярных вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Известно, что модуль вектора $\vec{c}$ равен 4, модуль векторного произведения $\vec{a}\times\vec{c}$ равен 16, а модуль векторного произведения $\vec{b}\times\vec{c}$ равен 12. Найдите модуль вектора $\vec{a} + \vec{b}$, не находя отдельно вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

29. При каких условиях двойное векторное произведение $[\vec{a}\times[\vec{b}\times\vec{c}]]$ равно: а) 0; б) $\vec{b}\ (\vec{a}\vec{c})$; в) $\vec{c}\ (\vec{a}\vec{b})$.

30. Докажите, что для двойного векторного произведения $[\vec{a}\times[\vec{b}\times\vec{c}]] \neq [[\vec{a}\times\vec{b}]\times\vec{c}]$.

Теория

1. Г.Я. Мякишев - Механика. §§ 1.10-11.
2. Б.М. Яворский, А.А. Пинский - Основы физики Т.1. §§ 3.1-3.5.
3. 4. Г.С. Ландсберг - Элементарный учебник физики Т.1. §§ 23-24.

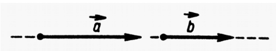

Рис. 1

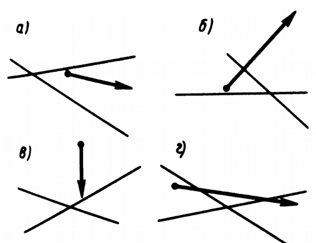

Рис. 4

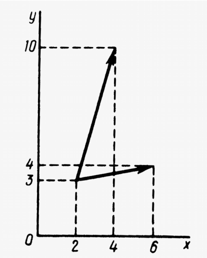

Рис. 2

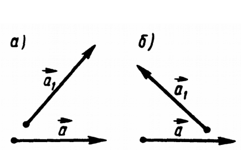

Рис. 5

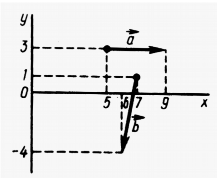

Рис. 3