

Занятие 1. Признаки делимости

Число делится на **2**, если его последняя цифра делится на 2.

Число делится на **3**, если сумма его цифр делится на 3.

Число делится на **4** если две его последние цифры образуют число, которое делится на 4.

Число делится на **5**, если его последняя цифра делится на 5.

Число делится на **7**, если выполняется условие: разбивают его на группы по три цифры, начиная справа; к получившимся трехзначным числам приписывают поочередно знаки плюс и минус (начиная с минуса) и складывают их. Если сумма делится на 7, то делиться на 7 будет и исходное число.

Число делится на **8** если три его последние цифры образуют число, которое делится на 8.

Число делится на **9**, если сумма его цифр делится на 9.

Число делится на **10**, если его последняя цифра делится на 10.

Число делится **11**, если у него разность *суммы цифр, стоящих на нечётных местах* и *суммы цифр, стоящих на чётных местах* делится на 11.

Число называется **простым**, если у него ровно два делителя – 1 и само число.

Число называется **составным**, если оно имеет не менее двух простых делителей.

Свойства делимости

$a \pm b = c$. Если a и b делятся на n , то и c будет делиться на n .

Пример 1: Нужно заменить звездочки цифрами так, чтобы число $12*34*$ делилось бы нацело на 36. Найдите все ответы и обоснуйте, почему нет других.

Решение: Если число делится на 36, оно делится на 4 и 9. Воспользуемся признаком делимости на 4. Последние две цифры должны образовывать число, которое делится на 4. Это числа 40, 44, 48. Значит, искомые числа будут иметь вид 1) $12*340$, 2) $12*344$ или 3) $12*348$. Теперь воспользуемся признаком делимости на 9. Сумма цифр должна делиться на 9. Суммы цифр соответственно равны 1) $10+*$, 2) $14+*$ или 3) $18+*$. Суммы делятся на 9, если 1) $*=8$, 2) $*=4$, 3) $*=0$ или $*=9$ соответственно. Откуда получаем четыре ответа: 128340 , 124344 , 120348 или 129348 .

Ответ: 128340 , 124344 , 120348 или 129348 .

Пример 2. Кузнечик прыгает по прямой на 3, на 6 или на 18 см (в любую сторону). Сможет ли он попасть в точку, расстояние от которой до исходной равно 7 см?

Решение: Заметим, что каждый прыжок кузнечика перемещает его на расстояние, кратное 3. Поскольку любой прыжок смещает на расстояние, кратное 3, то и суммарное расстояние, проделанное за несколько прыжков, будет кратно 3 (это следует из свойства делимости). Поскольку 7 не кратно 3, то нельзя сместиться на это расстояние.

Ответ: Нет, не сможет.

1. Используя признаки делимости, проверьте, делится ли на 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11 число:
а) 1234567890; б) 204204?
2. У Риты есть 180 одинаковых бусин. Сколькими способами она может разложить их на одинаковые кучки?
3. В числе одна или несколько цифр заменены звездочками. Найдите все такие числа, что:
а) $12 * 37$ делится на 3;
б) $7256 *$ делится на 4;
в) $12 * 1 *$ делится на 9;
г) $12 * 3 *$ делится на 45.
4. Ковбой Джо зашел в лавку и попросил веревку за 3 доллара, седло за 60 долларов, 3 одинаковых пачки патронов и 9 одинаковых коробок непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Продавец потребовал 111 долларов 80 центов. После этого Джо вытащил револьвер и закричал: "Обсчитать хочешь?!" Продавец быстро назвал другую сумму. Как Джо догадался об обмане?
5. Ковбой Билл играл на одноруком бандите. Если выпадают "три семёрки", то он выигрывает 80 долларов, а если "три яблока", то 24 доллара. Любая другая комбинация – проигрыш. Билетик для игры стоит 4 доллара. Однажды он похвастался: "Я начал с 10 долларов, а через час у меня была тысяча!" Могло ли он сказать правду?
6. Используя только цифры 0, 1, 2, 3 (все цифры должны присутствовать), напишите одно 7-значное число удовлетворяющее условию:
а) число должно делиться на 9;
б) число должно делиться на 5 и 3;
в) число должно делиться на 4 и 11.
7. Найдите наименьшее нечетное число, отличное от единицы, имеющее нечетное количество целых делителей.
8. Числа, делящиеся на 9, выписаны в ряд в порядке возрастания: 9, 18, 27, 36, Под каждым числом этого ряда записана его сумма цифр.
а) На каком месте во втором ряду впервые встретится число 81?
б) Что встретится раньше: четыре раза подряд число 27 или один раз число 36?
9. Найдите наименьшее составное число, которое не делится ни на одно простое число от 2 до 7.
10. Найдите наибольшее 10-значное натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.