

ЗАНЯТИЕ 6. ПРАВИЛЬНАЯ РАСКРАСКА ГАЛАКТИК

Сегодняшнее задание состоит из двух частей. Сначала нужно будет решить определенные задачи на разрезания, а потом получившиеся картинki нужно будет правильно раскрасить.

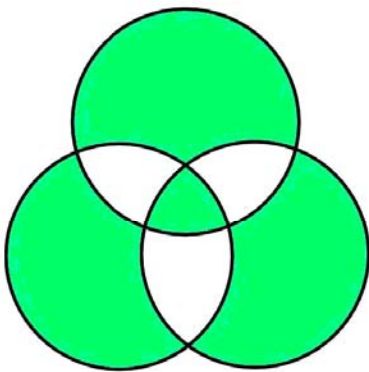
ПРАВИЛЬНАЯ РАСКРАСКА КАРТ

Как выглядит политическая карта мира? Она разбита на страны. Давайте любую картинку на плоскости, которая линиями разбита на области, будем называть «картой».

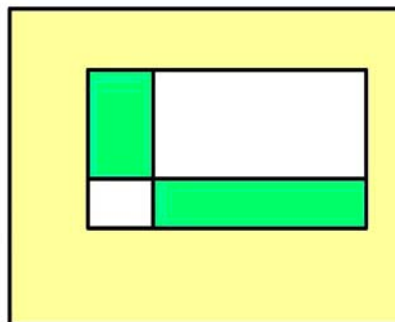
Будем говорить, что **карта правильно раскрашена**, если любая ее область раскрашена одним цветом, и **любые две области, имеющие общий участок границы, закрашены в разные цвета**. При этом области одного цвета могут иметь общую точку – соприкасаться «уголками».

Любую карту можно правильно раскрасить, например, закрасив каждую страну в особый цвет. Но такая раскраска неэкономна. Поэтому возник вопрос о нахождении наименьшего числа красок, которыми можно правильно раскрасить заданную карту.

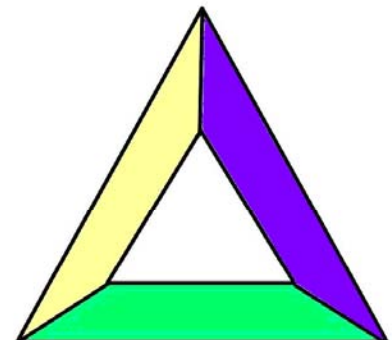
Пример. Для раскраски следующих карт нужно хотя бы



2 цвета



3 цвета



4 цвета

Еще в середине XIX века было замечено, что для правильной раскраски карт на плоскости хватает **четырёх** красок. С тех пор многие крупные ученые пытались решить **проблему четырех красок**. То есть многократно пытались либо доказать, что четырех цветов достаточно для правильной раскраски **любой** карты на плоскости, либо найти пример карты, которую четырьмя красками правильно раскрасить нельзя.

В конце XIX века была доказана теорема о пяти красках, причем она имела короткое несложное доказательство. Но доказательство теоремы для случая четырёх красок столкнулось со значительными трудностями. Более века математики бились над этой задачей и лишь с помощью компьютера, наконец, смогли доказать, что **любую** карту на плоскости можно правильно раскрасить, используя **не более четырех цветов**.

Причем для многих карт достаточно и трёх цветов. Четвёртый цвет начинает требоваться, например, если есть область, окружённая тремя другими так, что они соприкасаются друг с другом, образуя цикл.

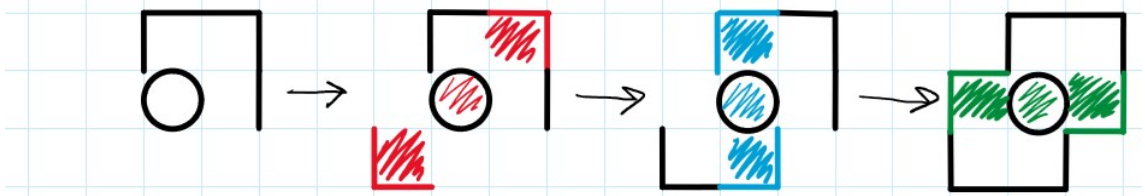
ГОЛОВОЛОМКА «ГАЛАКТИКИ» (центральная симметрия)

Каждый прямоугольник в задании нужно разрезать на галактики так, чтобы в каждой был кружок и этот кружок являлся ее **центром симметрии**. Это значит, что у каждой точки А галактики **должна быть пара В такая, что кружок является серединой отрезка АВ**.

То есть галактика должна быть симметрична относительно центра. Центральносимметричные фигуры превращаются сами в себя при повороте на 180 градусов.

Пример 1. Необходимо дорисовать галактику симметрично центра (кружка).

Рассуждаем пошагово, для каждой клетки. Сначала находим симметричную клетку для красной и для нее сразу рисуем стенки. Не забываем, что если мы шагаем от центральной клетки вверх вправо, то симметрично от центральной клетки мы будем шагать вниз влево.



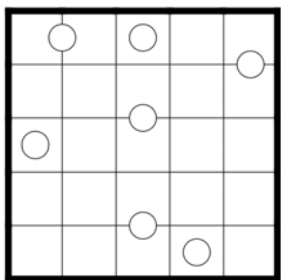
Так же находим симметричные клетки для голубой и зеленой. В результате у нас получается центрально-симметричная Галактика.

При решении головоломки «Галактики»:

- 1) постоянно необходимо помнить, что у каждой клетки должна быть пара с «другой стороны» от кружка.
- 2) У точек на границах галактик пары окажутся тоже на границах галактик. Поэтому, если мы точно знаем, что какой-то отрезок является границей галактики, сразу можем нарисовать симметричный ему кусок границы с «другой стороны» от центра.

Рассуждения о том, какой галактике может принадлежать та или иная клетка, очень помогают, хотя и интуицией пользоваться тоже можно. Но начать лучше с рассуждений и рисования кусков границ там, где мы точно знаем, что они должны быть.

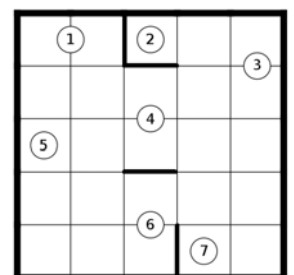
Например, сначала можно рассмотреть отрезки, симметричные отрезкам границы всего прямоугольника или линии, разделяющие клетки с разными кружками. Потом можно попробовать разрезать наугад и “перекраивать”, отрезая и отдавая клетки соседям.

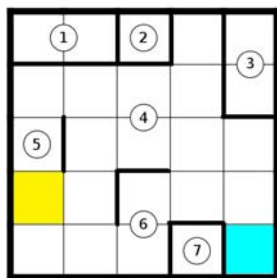


Пример 2. Нужно разрезать на галактики квадрат на рисунке слева.

Сначала нарисуем стенки между галактиками, там, где ясно, что соседние клетки “принадлежат” разным кружкам (см. рисунок справа).

Теперь можем нарисовать границы галактик, симметричные уже имеющимся стенкам (границам исходного прямоугольника и только что нарисованным стенкам между кружками), ведь для каждой границы галактики должна быть симметричная ей относительно центра этой галактики.



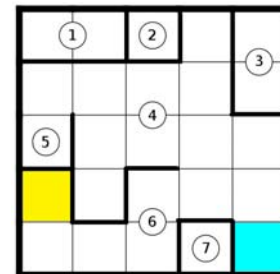
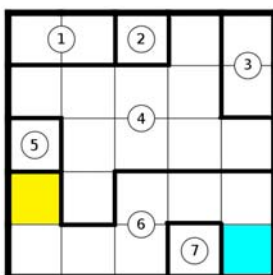


Теперь мы точно знаем, как выглядят галактики с номерами 1, 2, 3 и 7.

Подумаем, какому кружку можно отдать голубую клетку. Если отдать ее кружку №4, то, с другой стороны, от него на том же расстоянии должна быть симметричная ей пара, но эта пара окажется уже за пределами поля (а мы за границы выходить не можем), значит, остается только отдать голубую клетку кружку №6.

Тогда кружок №6 получит и жёлтую клетку. А клетка, симметричная клетке с кружком №7, галактике №6 не принадлежит.

Становится ясно, как должны выглядеть галактики с номерами 5 и 6. А галактике №4 остались все остальные клетки. Она тоже получилась симметричная:

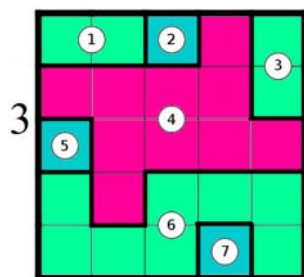


ЗАДАНИЕ

Разрежьте прямоугольники на галактики. Затем правильно раскрасьте каждую получившуюся карту с галактиками, используя минимально возможное количество цветов. Под буквой-«номером» задания подпишите, сколько цветов вы использовали

Помните, что четырех цветов достаточно для любой карты.

Например, карту галактик, получившихся выше, можно раскрасить в три цвета так:



Меньше трех цветов использовать не получится, например, потому, что галактика №4 граничит с галактиками №1 и №2, которые граничат друг с другом.

Чтобы легко можно было убедиться в правильности раскраски, обязательно именно красить, а не просто как-либо обозначать цвета. Если вы не отличаете цвета, или у вас нет трех разных цветов (один цвет можно оставлять белым), то используйте различные штриховки.