

## ЦИКЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ и НЕРАВЕНСТВА

Решите систему уравнений:

Задача 1.  $x^2 = y - 1$ ,  $y^2 = z - 1$ ,  $z^2 = x - 1$

Задача 2.  $x - \sqrt{y} = 1$ ,  $y - \sqrt{z} = 1$ ,  $z - \sqrt{x} = 1$

Задача 3.  $8y = x^3 + x + 6$ ,  $8x = z^3 + z + 6$ ,  $8z = y^3 + y + 6$

Задача 4.  $x^3 = 7x + 2y$ ,  $y^3 = 2x + 7y$ ;

Задача 5.  $y = \frac{2x^2}{1+x^2}$ ,  $x = \frac{2y^2}{1+y^2}$ ;

Задача 6.  $y = \frac{4z^2}{1+4z^2}$ ,  $z = \frac{4x^2}{1+4x^2}$ ,  $x = \frac{4y^2}{1+4y^2}$

Задача 7.  $x^y = z$ ,  $y^z = x$ ,  $z^x = y$ .

Задача 8.  $(x+y)^3 = z$ ,  $(y+z)^3 = x$ ,  $(z+x)^3 = y$ .

Задача 9.  $\sqrt{y^2 - 7 + \sqrt{y^2 + x - 7}} = x$ ,  $\sqrt{x^2 + 2 + \sqrt{x^2 + y + 2}} = y$

Задача 10. Решите систему уравнений:

$$x^3 - y^3 = y + \frac{1}{3}, \quad y^3 - z^3 = z + \frac{1}{3}, \quad z^3 - x^3 = x + \frac{1}{3}.$$

Задача 11. Решите систему уравнений:

$$(x_1 + x_2 + x_3)^3 = 3x_4, \quad (x_2 + x_3 + x_4)^3 = 3x_5, \quad (x_3 + x_4 + x_5)^3 = 3x_1,$$

$$(x_4 + x_5 + x_1)^3 = 3x_2, \quad (x_5 + x_1 + x_2)^3 = 3x_3$$

Задача 12. Решите систему уравнений:

$$x_1 + x_2 = x_3^2, \quad x_2 + x_3 = x_4^2, \quad x_3 + x_4 = x_5^2, \quad x_4 + x_5 = x_1^2, \quad x_5 + x_1 = x_2^2$$

Задача 13. Найдите все неотрицательные решения системы уравнений:  $x^3 = 2y^2 - z$ ,  $y^3 = 2z^2 - x$ ,  $z^3 = 2x^2 - y$ .

Решите уравнение:

Задача 14.  $(x^2 + 4x + 2)^2 + 4(x^2 + 4x + 2) + 2 = x$

Задача 15.  $(x^2 + x - 2)^3 + x^2 - 2 = y^3$

Задача 16.  $\sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - x}}} = x$ .

## ЦИКЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ и НЕРАВЕНСТВА

Решите систему уравнений:

Задача 1.  $x^2 = y - 1$ ,  $y^2 = z - 1$ ,  $z^2 = x - 1$

Задача 2.  $x - \sqrt{y} = 1$ ,  $y - \sqrt{z} = 1$ ,  $z - \sqrt{x} = 1$

Задача 3.  $8y = x^3 + x + 6$ ,  $8x = z^3 + z + 6$ ,  $8z = y^3 + y + 6$

Задача 4.  $x^3 = 7x + 2y$ ,  $y^3 = 2x + 7y$ ;

Задача 5.  $y = \frac{2x^2}{1+x^2}$ ,  $x = \frac{2y^2}{1+y^2}$ ;

Задача 6.  $y = \frac{4z^2}{1+4z^2}$ ,  $z = \frac{4x^2}{1+4x^2}$ ,  $x = \frac{4y^2}{1+4y^2}$

Задача 7.  $x^y = z$ ,  $y^z = x$ ,  $z^x = y$ .

Задача 8.  $(x+y)^3 = z$ ,  $(y+z)^3 = x$ ,  $(z+x)^3 = y$ .

Задача 9.  $\sqrt{y^2 - 7 + \sqrt{y^2 + x - 7}} = x$ ,  $\sqrt{x^2 + 2 + \sqrt{x^2 + y + 2}} = y$

Задача 10. Решите систему уравнений:

$$x^3 - y^3 = y + \frac{1}{3}, \quad y^3 - z^3 = z + \frac{1}{3}, \quad z^3 - x^3 = x + \frac{1}{3}.$$

Задача 11. Решите систему уравнений:

$$(x_1 + x_2 + x_3)^3 = 3x_4, \quad (x_2 + x_3 + x_4)^3 = 3x_5, \quad (x_3 + x_4 + x_5)^3 = 3x_1,$$

$$(x_4 + x_5 + x_1)^3 = 3x_2, \quad (x_5 + x_1 + x_2)^3 = 3x_3$$

Задача 12. Решите систему уравнений:

$$x_1 + x_2 = x_3^2, \quad x_2 + x_3 = x_4^2, \quad x_3 + x_4 = x_5^2, \quad x_4 + x_5 = x_1^2, \quad x_5 + x_1 = x_2^2$$

Задача 13. Найдите все неотрицательные решения системы уравнений:  $x^3 = 2y^2 - z$ ,  $y^3 = 2z^2 - x$ ,  $z^3 = 2x^2 - y$ .

Решите уравнение:

Задача 14.  $(x^2 + 4x + 2)^2 + 4(x^2 + 4x + 2) + 2 = x$

Задача 15.  $(x^2 + x - 2)^3 + x^2 - 2 = y^3$

Задача 16.  $\sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - x}}} = x$ .