РАЗМИНКА

Задача 1.1. (Ломоносов - 2006). При каких значениях a уравнение $\left||x-a|+2x\right|+4x=8|x+1|$ не имеет ни одного корня?

Задача 1.2. При каких значениях параметра система уравнений $|x+a|+|y-a|+|a+1+x|+|a+1-y|=2$, $y=2|x-4|-5$ имеет единственное решение?

Задача 1.3. (Ломоносов - 2010). Решите уравнение $|x-1|+|x+1|+|x-2|+|x+2|+\ldots+|x-100|+|x+100|=200x$.

Задача 1.4. Изобразите множество точек, задаваемое равенством $|x-y|+|x+y|=2$.

Задача 1.5. Изобразите множество точек, задаваемое равенством $|2y-1|+|2y+1|+\frac{4}{\sqrt{3}}|x|=4$.

Задача 1.6. Решите неравенство: $|x+1|+|x+2|+|x+3|+|x+4|\geq 4$

Задача 1.7. Решите неравенство: $\dfrac{\left(|x-1|-4-x^2\right)\left(|x+4|-\sqrt{x^2-x-2}\right)}{\left(|1-x|-4\right)\left(|3+x|-|x-5|\right)}>0$.

Задача 1.8. (мехмат МГУ, 2006, №6) Найдите наименьшее значение выражения $|2x-y-1|+|x+y|+|y|$.

ЗАДАЧИ

Задача 2.1. (Г. Штейнгауз). Проверьте, является ли выражение $\left||x-y|+x+y-2z\right|+|x-y|+x+y+2z$ симметрично относительно переменных всех трех переменных.

Задача 2.2. (ММО, 1995, 11 кл). Докажите, что неравенство, $|x+y-z|+|x-y+z|+|-x+y+z|\geq|x|+|y|+|z|$ верно при всех действительных значениях переменных.

Задача 2.3. (СССР, 1974, 11 кл). Для каких действительных чисел a, b и c равенство $|ax+by+cz|+|bx+cy+az|+|cx+ay+bz|=|x|+|y|+|z|$ верно при всех действительных значениях переменных x, y и z.

Задача 2.4. (Россия, 1999, 4 этап, 11 кл). Существуют ли такие действительные числа a, b и c, что равенство $|x+a|+|x+y+b|+|y+c|>|x|+|x+y|+|y|$ верно при всех действительных значениях переменных x, y и z.

Задача 2.5. (Россия, 2001, 4 этап, 9 кл). Пусть числа a, b c, d, e, f таковы, что равенство $|ax+b|+|cx+d|=|ex+f|$ верно при всех действительных x. Докажите, что $ad=bc$.

Задача 2.6. (Россия, 2005, 11 кл). Какое наибольшее количество корней может иметь уравнение $|x-a_1|+\ldots+|x+a_{50}|=|x-b_1|+\ldots+|x+b_{50}|$, если числа a_1, a_2, …, a_{50}, b_1, b_2, …, b_{50} – различны.

Задача 2.7. (ММО, 1995, 8 кл). Докажите, что система неравенств $|x|<|y-z|$, $|y|<|z-x|$, $|z|<|x-y|$ не имеет решений.

Задача 2.7а. (ММО, 1995, 10 кл). Докажите, что система неравенств не имеет решений:

$$|x|\leq|y-z+t|,\ |y|\leq|z-t+x|,\ |z|\leq|t-x+y|,\ |t|\leq|x-y+x|.$$

Задача 2.8. (Соросовская олимпиада, первый тур, 1996, 10 кл). Найдите наименьшее значение, которое может принимать выражение $|a-1|+|b-2|+|c-3|+|3a+2b+c|$.