

Спецификация вступительной контрольной работы по алгебре (в 10 класс)

1. Алгебраические преобразования. Делимость.
2. Уравнения, системы уравнений.
3. Решение рациональных неравенств методом интервалов. Системы и совокупности неравенств.
4. Степени и корни.
5. Прогрессии и последовательности.
6. Функции и графики. Квадратный трёхчлен.
7. Текстовые задачи.
8. Уравнения и неравенства с модулями.

ОБРАЗЦЫ ЗАДАНИЙ

1. Упростите выражение: а) $\left(\frac{5c^2 - c}{25c^2 - 10c + 1} + \frac{4}{1 - 25c^2}\right) : \left(1 - \frac{3}{5c - 1}\right) - \frac{c}{5c + 1}$;
- б) $\left(2a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a^{\frac{7}{6}} \cdot \frac{1}{32} a^{-\frac{2}{5}}}\right)^{-8}$; в) $\left(\frac{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{1}{2}}} + 1\right) \cdot \left(1 - a^{\frac{1}{2}}\right)$.
2. Вычислите $\frac{x^2 - 2xy}{2xy - y^2}$, если $x : y = 3 : 2$.
3. При каких натуральных n значение выражения $\frac{n^2 + 5n - 8}{n + 3}$ является целым числом?
4. Найдите все такие целые числа x и y , для которых выполняется условие $x^2 + xy = 10$.
5. Решите уравнение: а) $\frac{5}{x^2 + 2x + 4} = \frac{1}{x - 2} - \frac{4x + 4}{x^3 - 8}$; б) $(x^2 - 9)\sqrt{x + 2} = 0$;
- в) $\sqrt[3]{4 - x} + \sqrt[3]{5 + x} = 3$.
6. Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} 2y - x = 8 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x^2 - y = 0,75 \\ y^2 + x = 0,75 \end{cases}$;
- в) $\begin{cases} 4x^2 = 9y^2 \\ \frac{2x + 3y + 1}{y} = \frac{2x - 3y + 1}{x} \end{cases}$.
7. Решите неравенство: а) $\frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + 9} \geq 0$; б) $\frac{x^3 - 3x^2 - 10x}{x^2 - 3x - 10} \leq 0$; в) $\frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x - 1} \leq 1$;
- г) $(x - 1)\sqrt{6 + x - x^2} \leq 0$.
8. Найдите область определения функции: а) $y = \frac{1 + x}{\sqrt{2 + 3x - 5x^2}}$;
- б) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 7} \cdot \sqrt{4 - x}$.
9. Решите двойное неравенство: а) $2 \leq \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} \leq 9$;
- б) $\frac{4}{x - 4} - \frac{6}{x + 2} < \frac{4}{x - 4} - \frac{5}{x + 2} < \frac{3}{x - 4} - \frac{5}{x + 2}$.
10. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \frac{5x^2}{6 + 11x} \leq 0 \\ 17x + x^2 \leq 0 \end{cases}$; б) $\begin{cases} \frac{3x - 2}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{2 - x}{6} \\ x \geq \frac{1 - 3x^2}{x - 4} \end{cases}$.

11. Упростите: а) $\left(2\sqrt{5} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{0,64} + \sqrt{1,21}$;

б) $2\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-5} + \frac{1}{\sqrt{x}+5}\right) - \frac{100}{x-25}$; в) $\frac{3\sqrt{x^2y} - x\sqrt{25y}}{\sqrt{64x^4y^3}}$, если $x < 0$.

12. Найдите квадрат разности девятого и седьмого членов арифметической прогрессии, если произведение восьмого и четвёртого её членов на 27 меньше произведения седьмого и пятого её членов.

13. В арифметической прогрессии 59, 55, 51, ... найдите сумму всех её положительных членов.

14. Сумма первых восьмидесяти пяти членов геометрической прогрессии равна 2227. Найдите сумму первых восьмидесяти пяти членов такой прогрессии, каждый член которой составляет 40% соответствующего члена данной прогрессии (ответ обоснуйте).

15. Сумма бесконечной геометрической прогрессии равна 7, а сумма квадратов всех её членов 14. Найдите b_1 и b_2 .

16. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите синус меньшего угла этого треугольника.

17. Постройте график функции $y = ax^2 + bx + c$, если $a = 1$ и график проходит через точки $A(-2;0)$, $B(4;0)$.

18. Не выполняя построения графиков функций $y = x^2 - 2x - 3$ и $y = -x^2 + 2x - 1$, постройте прямую, проходящую через общие точки этих графиков, и задайте аналитически уравнение этой прямой.

19. Решите графически уравнение: $x^2 - 6x = -\frac{3}{x}$.

20. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x + 3y - 6 = 0 \end{cases}$.

21. Разложите квадратный трёхчлен $7x^2 - 2x - 24$ на линейные множители с целыми коэффициентами.

22. Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена $x^2 - 7x - 1$. Найдите значение выражения $u(x_1; x_2) = x_1 - \frac{x_1^2}{x_1 + x_2}$.

23. При каких значениях a квадратный трёхчлен $2x^2 + x + a$ принимает положительные значения?

24. Постройте график функции $f(x) = ||x+1|-3|-1$ и, используя его, решите неравенство $f(x) \geq 0$.

25. Собрали 100 кг грибов, влажность которых составила 99%. Когда грибы подсушили, их влажность снизилась до 98%. Какова стала их масса?

26. Два трактора разной мощности, работая одновременно, вспахали поле за 2ч 40 мин. Если бы первый трактор увеличил скорость вспашки в 2 раза, а второй — в 1,5

раза, то поле было бы вспахано за 1ч 36 мин. За какое время вспахал бы поле первый трактор, работая с первоначальной скоростью?

27. Расстояние между двумя пристанями равно 24 км. Двигаясь вниз по течению, катер проходит это расстояние на 30 минут быстрее, чем в обратном направлении. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

28. Масса туриста с рюкзаком в 5 раз больше массы одного рюкзака. Определите массы рюкзака и туриста в отдельности, если сумма масс двух рюкзаков и массы туриста равна 120 кг.

29. Семья состоит из трёх человек: отца, матери и сына. Если бы зарплата матери увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 30%. Если бы стипендия сына увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 6%. Сколько процентов дохода семьи составляет зарплата отца?

30. Решите уравнение: а) $||2x - 3| - 1| = x$; б) $\left| \frac{x+4}{x-7} \right| = x+4$;

в) $|5x - 3| + |3x - 5| = 9x - 10$; г) $|x^2 - 16| + |x + 4| = x^2 + x - 12$.

31. Решите неравенство: а) $1 + x + |x^2 - x - 3| < 0$; б) $\left| \frac{x+2}{x-1} \right| \geq 1$;

в) $|x - 2x^2| \geq 2x^2 - x$.